

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО ПОВЕЌЕЧЛЕН ИЗБОР

Број на задача	Решение	Бодови
1.	Г	1
2.	А	1
3.	Б	1
4.	Г	1
5.	В	1
6.	Б	1
7.	Б	1
8.	В	1
9.	А	1
10.	В	1
11.	Г	1
12.	А	1
13.	В	1
14.	В	1
15.	А	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО КРАТОК ОДГОВОР

	Решение	Бодови
16.	А. $ A \cap B = A + B - A \cup B = 28 + 32 - 50 = 10$ Б. 198	1 1
17.	А. $-\frac{3}{10}$ или $-0,3$ Б. $-\frac{3}{8}$	1 1
18.	А. -3 Б. $\frac{10}{3}$ или $3\frac{1}{3}$	1 1
19.	А. 6 Б. 128π	1 1
20.	А. 60° или $\frac{\pi}{3}$ Б. $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ = \sin 52^\circ \sin 38^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ = 0$ или $\cos 90^\circ$	1 1

ЗАДАЧИ СО ЦЕЛОСНА ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

21.

Чекори		Бодови																									
Ја одредува вистинитосна вредност за исказот $p:\left(2-\frac{1}{3}\right)^{-2}=-\frac{25}{9}$ $p:\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}=-\frac{25}{9}$ односно $p:\frac{9}{25}=-\frac{25}{9}, \tau(p)=\perp$		1																									
Ја одредува вистинитосна вредност за исказот $q:2$ е сложен број $\tau(q)=\perp$		1																									
Ја одредува вистинитосна вредност за исказната формула $\tau(\neg p \Rightarrow q \vee p)=\tau(\top \Rightarrow \perp \vee \perp)=$ $=\tau(\top \Rightarrow \perp \vee \perp)=\tau(\top \Rightarrow \perp)=\perp$	Составува таблица на вистинитосни вредности <table><tr><td>p</td><td>q</td><td>$\neg p$</td><td>$q \vee p$</td><td>$\neg p \Rightarrow q \vee p$</td></tr><tr><td>$\top$</td><td>$\top$</td><td>$\perp$</td><td>$\top$</td><td>$\top$</td></tr><tr><td>$\top$</td><td>$\perp$</td><td>$\perp$</td><td>$\top$</td><td>$\top$</td></tr><tr><td>$\perp$</td><td>$\top$</td><td>$\top$</td><td>$\top$</td><td>$\top$</td></tr><tr><td>$\perp$</td><td>$\perp$</td><td>$\top$</td><td>$\perp$</td><td>$\perp$</td></tr></table>	p	q	$\neg p$	$q \vee p$	$\neg p \Rightarrow q \vee p$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\perp$	$\perp$	1
p	q	$\neg p$	$q \vee p$	$\neg p \Rightarrow q \vee p$																							
$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$																							
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$																							
$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$																							
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\perp$	$\perp$																							
Вкупно бодови		3																									

22.

Чекори		Бодови
Прв начин	Втор начин	
Условот $a + bi = \frac{(x+i)^2}{2x^2+1}$ го запишува во облик $a + bi = \frac{x^2-1}{2x^2+1} + \frac{2xi}{2x^2+1}$		1

Забележува дека $a - bi = \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 1} - \frac{2xi}{2x^2 + 1}$	Забележува дека $a = \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 1}, b = \frac{2x}{2x^2 + 1}$	1
$a^2 + b^2 = (a + bi)(a - bi) =$ Воочува дека $= \frac{(x^2 - 1)^2 + (2x)^2}{(2x^2 + 1)^2} = \frac{x^4 - 2x^2 + 1 + 4x^2}{(2x^2 + 1)^2}$	Пресметува $a^2 + b^2 = \frac{(x^2 - 1)^2 + (2x)^2}{(2x^2 + 1)^2} =$ $= \frac{x^4 - 2x^2 + 1 + 4x^2}{(2x^2 + 1)^2}$	1
Го средува изразот во броителот и добива $a^2 + b^2 = \frac{(x^2 + 1)^2}{(2x^2 + 1)^2} = \left(\frac{x^2 + 1}{2x^2 + 1}\right)^2$		1
Вкупно бодови		4
Чекори		Бодови
Трет начин	Четврт начин	
Го одредува конјугираниот број на дадениот т.е. $a - bi = \frac{(x - i)^2}{2x^2 + 1}$	Запишува $a^2 + b^2 = a + bi ^2$	1
Воочува дека $a^2 + b^2 = (a + bi)(a - bi) =$ $= \frac{(x + i)^2 (x - i)^2}{(2x^2 + 1)^2}$	Ги применува својствата на модулот $\left \frac{(x + i)^2}{2x^2 + 1} \right ^2 = \frac{ x + i ^4}{ 2x^2 + 1 ^2}$	1
Пресметува $\frac{(x^2 - 1 + 2xi)(x^2 - 1 - 2xi)}{(2x^2 + 1)^2}$ или $\frac{((x - i)(x + i))^2}{(2x^2 + 1)^2}$	Ја користи формулата за модулот и добива: $\frac{\sqrt{x^2 + 1}^4}{(2x^2 + 1)^2}$	1
Го средува изразот во броителот и добива $a^2 + b^2 = \frac{x^4 + 2x^2 + 1}{4x^4 + 4x^2 + 1} = \frac{(x^2 + 1)^2}{(2x^2 + 1)^2} = \left(\frac{x^2 + 1}{2x^2 + 1}\right)^2$	Го средува изразот во броителот и добива $\frac{(x^2 + 1)^2}{(2x^2 + 1)^2}$	1
Вкупно бодови		4

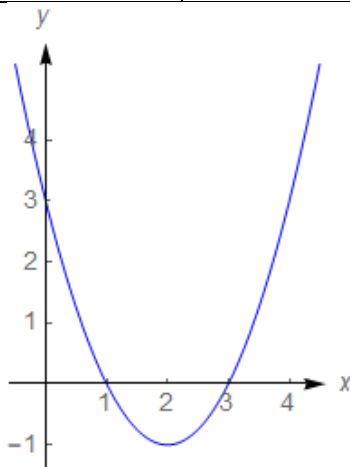
23.

Прв начин	Бодови
Чекори	
Ги разложува броителите и именителите на дропките на прости множители. $\left(\frac{a^2 + a + 1}{(a - 1) \cdot (a + 1)} : \frac{a \cdot (a - 1) \cdot (a^2 + a + 1)}{(a + 1) \cdot (a^2 - a + 1)} + \frac{1}{a - 1} \right) \cdot \frac{a \cdot (a - 1)^2}{2a^2 - 2a + 1}$	1

Го извршува делењето, така што множи со реципрочната вредност, а потоа крати: $\left(\frac{\cancel{a^2+a+1}}{(a-1) \cdot \cancel{(a+1)}} \cdot \frac{\cancel{(a+1)} \cdot (a^2-a+1)}{a \cdot (a-1) \cdot \cancel{(a^2+a+1)}} + \frac{1}{a-1} \right) \cdot \frac{a \cdot (a-1)^2}{2a^2-2a+1} =$ $= \left(\frac{a^2-a+1}{a \cdot (a-1)^2} + \frac{1}{a-1} \right) \cdot \frac{a \cdot (a-1)^2}{2a^2-2a+1}$	1
Собира во заградата и добива: $\frac{2a^2-2a+1}{a \cdot (a-1)^2} \cdot \frac{a \cdot (a-1)^2}{2a^2-2a+1}$	1
Множи, крати и добива: $\frac{\cancel{2a^2-2a+1}}{a \cdot \cancel{(a-1)^2}} \cdot \frac{\cancel{a \cdot (a-1)^2}}{\cancel{2a^2-2a+1}} = 1$	1
Вкупно бодови	4

Втор начин	Бодови
Чекори	
Го пресметува производот на првите две дробки во заградата $\frac{(a^2+a+1)(a^3+1)}{(a^2-1)(a^4-a)} = \frac{a^5+a^4+a^3+a^2+a+1}{a^6-a^4-a^3+a}$	1
Го пресметува збирот во заградата $\frac{a^5+a^4+a^3+a^2+a+1}{a^6-a^4-a^3+a} + \frac{1}{a-1} = \frac{2a^6-a^4-a^3+a-1}{a^7-a^6-a^5+a^3+a^2-a}$	1
Го пресметува производот надвор од заградата $\frac{2a^6-a^4-a^3+a-1}{a^7-a^6-a^5+a^3+a^2-a} \cdot \frac{a^3-2a^2+a}{2a^2-2a+1} = \frac{2a^9-4a^8+a^7+a^6+a^5-3a^3+3a^2-a}{2a^9-4a^8+a^7+a^6+a^5-3a^3+3a^2-a}$	1
Ги споредува полиномите во броителот и именителот и констатира дека се еднакви т.е. изразот е еднаков на 1	1
Вкупно бодови	4

24.

Прв начин/Трет начин	Втор начин	Бодови
Чекори		
Воочува дека темето на функцијата е во точката $T(2, -1)$. Ја определува вредноста на p од условот $-\frac{p}{2} = 2$, т.е. $p = -4$	Ја запишува функцијата во облик $f(x) = \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$ и заклучува дека $-\frac{p}{2} = 2$, т.е. $p = -4$	1
Од условот $\frac{4q - p^2}{4} = -1$ добива дека $q = 3$ или ги заменува точката $T(2, -1)$ и $p = -4$, во функцијата и ја добива равенката $-1 = 4 - 8 + q$ т.е. $q = 3$	Воочува дека графикот на функцијата минува низ точката $(2, -1)$ и од равенката $-1 = \left(2 - \frac{4}{2}\right)^2 - \left(-\frac{4}{2}\right)^2 + q$ добива дека $q = 3$	1
		1
Вкупно бодови		3

25.

Чекори	Бодови
Ја запишува првата неравенка во облик $x \leq \frac{3}{5}$	1
Ја запишува првата неравенка во облик $x > \frac{1}{3}$	1
Го запишува решението на системот $x \in \left(\frac{1}{3}, \frac{3}{5}\right]$	1
Вкупно бодови	3

26.

Прв начин	
Чекори	Бодови
Го означува со x бројот на работниците во групата и ја запишува равенката $\frac{200}{x} + 15 = \frac{200}{x-3}$	1
Ја трансформира равенката во облик $15x^2 - 45x - 600 = 0$ или $x^2 - 3x - 40 = 0$	1

Ја решава квадратната равенка и добива $x_1 = 8$, $x_2 = -5$	1
Го отфрла негативното решение и заклучува дека во групата имало 8 работници.	1
Вкупно бодови	4

Втор начин	
Чекори	Бодови
Го означува со x бројот на работниците во групата, а со y сумата која ќе ја добие секој работник и го запишува системот равенки: $\begin{cases} xy = 200 \\ (x-3) \cdot (y+15) = 200 \end{cases}$	1
Го трансформира системот во облик $\begin{cases} xy = 200 \\ 15x^2 - 45x - 600 = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} xy = 200 \\ x^2 - 3x - 40 = 0 \end{cases}$	1
Ја решава квадратната равенка и добива $x_1 = 8$, $x_2 = -5$	1
Го отфрла негативното решение и заклучува дека во групата имало 8 работници.	1
Вкупно бодови	4

Трет начин	
Чекори	Бодови
Ја означува со y сумата која ќе ја добие секој работник и ја добива равенката: $\frac{200}{y} - 3 = \frac{200}{y+15}$	1
Ја трансформира равенката во облик $-3y^2 - 45y + 3000 = 0$ или $y^2 + 15y - 1000 = 0$	1
Ја решава квадратната равенка и добива $y_{1/2} = \frac{-15 \pm \sqrt{4225}}{2} = \frac{-15 \pm 65}{2}$ т.е. $y_1 = 25$, $y_2 = -40$	1
Го отфрла негативното решение, пресметува $\frac{200}{25} = 8$ и заклучува дека во групата имало 8 работници.	1
Вкупно бодови	4

27.

Прв начин	Втор начин	
Чекори		Бодови
Ја одредува должината на основата $a = L - 2b = 64 - 50 = 14 \text{ cm}$		1
Ја одредува висината на триаголникот: $h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24 \text{ cm}$	Пресметува $s = \frac{L}{2} = 32 \text{ cm}$	1
Ја пресметува плоштината на триаголникот: $P = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{14 \cdot 24}{2} = 168 \text{ cm}^2$	Ја користи Хероновата формула за пресметување на плоштината на триаголникот: $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)^2} = \sqrt{32 \cdot 18 \cdot 7^2} = 168 \text{ cm}^2$	1
Вкупно бодови		3

Трет начин	Четврт начин	
Чекори		Бодови
Ја запишува формулата за плоштина на триаголникот $P = \frac{25^2 \sin \beta}{2}$, каде β е аголот при врвот	Ја одредува должината на основата $a = L - 2b = 64 - 50 = 14 \text{ cm}$	1
Од правоаголниот триаголник ги одредува $\sin \frac{\beta}{2} = \frac{7}{25}$ и $\cos \frac{\beta}{2} = \frac{24}{25}$	Ја одредува висината на триаголникот: $h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24 \text{ cm}$	1
Ги заменува во плоштината на триаголникот: $P = \frac{25^2 \cdot 2 \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}}{2} = 25^2 \cdot \frac{7}{25} \cdot \frac{24}{25} = 168 \text{ cm}^2$	Го пресметува синусот на аголот при основата и заменува во плоштината на триаголникот: $P = \frac{25 \cdot 14 \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{25 \cdot 14 \cdot \frac{24}{25}}{2} = 168 \text{ cm}^2$	1
Вкупно бодови		3

Петти начин	Бодови
Чекори	
Ја запишува формулата за плоштина на триаголникот $P = \frac{25^2 \sin \beta}{2}$, каде β е аголот при врвот	1
Од правоаголниот триаголник ги одредува $\sin \frac{\beta}{2} = \frac{7}{25}$ и $\cos \frac{\beta}{2} = \frac{24}{25}$	1
Ја пресметува плоштината на триаголникот $P = \frac{25^2 \cdot 2 \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}}{2} = 25^2 \cdot \frac{7}{25} \cdot \frac{24}{25} = 168 \text{ cm}^2$	1
Вкупно бодови	3

28.

Чекори	Бодови
Ја пресметува плоштината на основата на призмата $B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$	1
Заменува во формулата за плоштина на призма $P = 2B + M$ и ја определува бочната плоштина $M = P - 2B = 560\sqrt{3} - 32\sqrt{3} = 528\sqrt{3}$	1
Утврдува дека $M = 3aH$ и ја определува висината $H = \frac{M}{3a} = \frac{528\sqrt{3}}{24} = 22\sqrt{3}$	1
Го пресметува волуменот на призмата $V = BH = 16\sqrt{3} \cdot 22\sqrt{3} = 1056$	1
Вкупно бодови	4

Втор начин	
Чекори	Бодови
Ја запишува формулата за плоштината на призмата $P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} + 3aH$	1

Ја одредува висината на призмата со примена на $2B = 32\sqrt{3}$ $H = \frac{560\sqrt{3} - \frac{8^2\sqrt{3}}{2}}{3 \cdot 8} = \frac{560\sqrt{3} - 32\sqrt{3}}{24} = \frac{528\sqrt{3}}{24} = 22\sqrt{3}$	1+1
Го пресметува волуменот на призмата $V = BH = 16\sqrt{3} \cdot 22\sqrt{3} = 1056$	1
Вкупно бодови	4

29.

Чекори	Бодови
Воочува дека кај рамностраниот цилиндар, со радиус на основата R и висина H, важи $H = 2R$ и ја определува плоштината на цилиндарот како функција од радиусот: $P_{cil} = 2B + M = 2R^2\pi + 2R\pi H = 2R^2\pi + 2R\pi 2R = 6R^2\pi = 600\pi \text{ cm}^2$ Забелешка: Бодот се добива и ако не се пресмета плоштината на рамностраниот цилиндар, но ја има формулата со која ќе се пресмета	1
Воочува дека кај рамностраниот конус со радиус на основата r и изводница s, важи $s = 2r$ и ја определува плоштината на конусот како функција од радиусот: $P_{kon} = B + M = r^2\pi + \pi rs = r^2\pi + \pi r 2r = 3r^2\pi$	1
Од условот $P_{cil} = P_{kon}$, добива дека $6R^2\pi = 3r^2\pi$, односно $r = R\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$	1
Заклучува дека $s = 2r = 2R\sqrt{2} = 20\sqrt{2} \text{ cm}$	1
Вкупно бодови	4

30.

Прв начин	Бодови
Чекори	
На левата страна заменува $\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ и $\text{ctg } \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$: $L = 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}$	1
Го извршува собирањето во именителот, се ослободува од двојната дробка во вториот и третиот член од изразот и ги собира овие два члена: $L = 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}} - \frac{\cos^2 \alpha}{\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha}} = 1 - \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$	1
Го разложува изразот во броителот на вториот член и крати: $L = 1 - \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha + \cos \alpha} =$ $= 1 - (\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)$	1
Го користи основниот тригонометриски идентитет и добива: $L = 1 - (1 - \sin \alpha \cos \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha = D$	1
Вкупно бодови	4

Втор начин	Бодови
Чекори	

Ги собира дробките на левата страна со сведување на именител $(1 + \operatorname{ctg} \alpha)(1 + \operatorname{tg} \alpha)$ и запишува $L = \frac{(1 + \operatorname{ctg} \alpha)(1 + \operatorname{tg} \alpha) - \sin^2 \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha) - \cos^2 \alpha (1 + \operatorname{ctg} \alpha)}{(1 + \operatorname{ctg} \alpha)(1 + \operatorname{tg} \alpha)}$	1
Се ослободува од заградите и ги користи идентитетите $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$ и $1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 0$ и добива: $L = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha - \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{2 + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$	1
Го заменува $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, потоа групира и повторно го заменува $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ и добива: $L = \frac{1 + \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{2 + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$	1
Ги заменува $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ и $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$, ја средува двојната дробка и добива: $L = \frac{1 + \cos \alpha \cdot \sin \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}} = D$	1
Вкупно бодови	4

Трет начин	
Чекори	Бодови
$L = 1 - \frac{\frac{a^2}{c^2}}{1 + \frac{b}{a}} - \frac{\frac{b^2}{c^2}}{1 + \frac{a}{b}}$	1
Ги средува двојните дробки, $L = 1 - \frac{a^3}{(a+b)c^2} - \frac{b^3}{(a+b)c^2}$	1
Го пресметува збирот $L = \frac{(a+b)c^2 - (a^3 + b^3)}{(a+b)c^2} = \frac{(a+b)(c^2 - a^2 + ab - b^2)}{(a+b)c^2}$	1
Ја користи Питагоровата теорема и заклучува $L = \frac{ab}{c^2} = D$	1
Вкупно бодови	4